

PENGANTAR STATISTIKA

PROF. DR. KRISHNA PURNAWAN CANDRA, M.S.

JURUSAN TEKNOLOGI HASIL PERTANIAN
FAKULTAS PERTANIAN
UNIVERSITAS MULAWARMAN

KULIAH KE-5: SEBARAN PEUBAH



PUSTAKA:

Walpole RE (1982) Pengantar Statistika. Edisi ke-3. Alih Bahasa: Sumantri B (1988). PT Gramedia, Jakarta.

Sudjana (1989) Metoda Statistika. Edisi ke-5. Penerbit Tarsito, Bandung.

TUJUAN

- Mahasiswa dapat mendeskripsikan sebaran peluang dalam kaitannya bahwa pengambilan keputusan dengan inferensia statistik mempunyai unsur ketidakpastian (peluang).

5. I. PEUBAH ACAK

(Fungsi yang nilainya berupa bilangan nyata yang ditentukan oleh setiap unsur dalam ruang contoh)

- Suatu percobaan melempar tiga kali mata uang, akan menghasilkan ruang contoh $S = \{GGG, GGA, GAG, AGG, GAA, AGA, AAG, AAA\}$
- Bila kita hanya tertarik pada satu jenis kejadian (berapa kali sisi gambar muncul) dari 3 kali pelemparan mata uang, maka nilai numerik 0, 1, 2, 3 dapat diberikan pada setiap titik contoh.
- Nilai-nilai itu secara keseluruhan disebut **peubah acak**, disimbolkan dengan huruf besar, misalnya X . Sedangkan masing-masing nilai numeriknya dinyatakan sebagai salah satu diantara nilai-nilainya.
- Untuk $X = 2$, maka himpunan bagiannya adalah $E = \{GGA, GAG, AGG\}$

5. I. PEUBAH ACAK (LANJUTAN)

Teladan 1.

Dua kelereng diambil berturut-turut tanpa pemulihan dari sebuah kantung berisi 4 kelereng merah dan 3 kelereng hitam. Tentukan hasil percobaan yang mungkin berikut nilai y bagi peubah acak Y , yang menyatakan banyaknya kelereng merah yang terambil.

▪ Jawab:

1.

Ruang Contoh	y	Ruang Contoh	y
MM	2	HM	1
MH	1	HH	0

Teladan 2.

Seorang petugas penitipan topi mengembalikan 3 topi secara acak kepada pemiliknya. Bila Santoso, Joko, dan Budi dalam urutan tersebut, mendaftarkan semua titik contoh bagi kemungkinan urutan pengembalian topi dan tentukan nilai c bagi peubah acak C yang melambangkan banyaknya pasangan "topi dan pemiliknya" yang tepat.

2.

Ruang Contoh	c	Ruang Contoh	c
SJB	3	JBS	0
SBJ	1	BSJ	0
JSB	1	BJS	1

5.1. PEUBAH ACAK (LANJUTAN)

Teladan 3.

Bila sebuah dadu dilempar sampai muncul sisi bilangan 5 muncul, tentukan ruang contoh dengan unsur-unsurnya yang mungkin muncul

Jawab

3. Ruang contoh dengan unsur-unsurnya adalah

$S = \{F, NF, NNF, NNNF, \dots\}$ dengan F dan N masing-masing menyatakan muncul dan tidak munculnya bilangan 5.

5.2. MACAM RUANG CONTOH

Diskret

- Dari teladan 1 dan 2 sebelumnya, nilai numerik (peubah acak) yang muncul merupakan **titik contoh yang terhingga**.
- Ruang contoh seperti ini dinamakan **Ruang Contoh Diskret**.
- Contoh peubah acak diskret digunakan untuk data yang berupa **cacahan**, seperti produk cacat, banyaknya kecelakaan per tahun di suatu kota, ...

Kontinu

- Dari teladan 3 sebelumnya, nilai numerik (peubah acak) yang muncul merupakan **titik contoh dengan jumlah tak hingga**, yang dapat digambarkan sebagai banyaknya titik yang terdapat dalam suatu garis.
- Ruang contoh seperti ini dinamakan Ruang Contoh Kontinu.
- Contoh peubah acak kontinu adalah untuk **data yang diukur**, seperti tinggi, bobot, suhu, jarak, umur, ...

5.3. SEBARAN PELUANG DISKRET

(Sebuah tabel atau rumus yang memungkinkan nilai peubah acak diskret berikut peluangnya)

- Dari 3 kali pelemparan mata uang, kejadian yang mungkin terjadi adalah $X = \{AAA, AAB, ABA, BAA, ABB, BAB, BBA, BBB\}$
- Maka kemungkinan frekuensi munculnya sisi Burung dari 3 kali pelemparan adalah

	0	1	2	3	
	{AAA}	{AAB, ABA, BAA}	{ABB, BAB, BBA}	{BBB}	Jumlah
Peluang	1/8	3/8	3/8	1/8	1

- Dari teladan 2, peluang munculnya C bernilai 0 adalah 1/3. Semua kemungkinan nilai c dan peluangnya adalah:

c	0	1	3	
	{JBS, BSJ}	{SBJ, JSB, BJS}	{SJB}	Jumlah
$P(C=c)$	2/6 = 1/3	3/6 = 1/2	1/6	1

- Untuk lebih memudahkan tabel diatas dinyatakan dalam bentuk rumus yang merupakan fungsi nilai-nilai x , yang secara umum dinyatakan sebagai $f(x) = P(X=x)$, misal $f(3) = P(X=3)$. Himpunan semua pasangan berurutan $(x, f(x))$ disebut **fungsi peluang** atau **sebaran peluang** bagi peubah acak X .

PROF.DR.KRISHNA P. CANDRA, JUR.TEKNOLOGI HASIL PERTANIAN FAPERTA UNMUL

7

5.3. SEBARAN PELUANG DISKRET (LANJUTAN)

Teladan 3.

Tentukan sebaran peluang bagi jumlah bilangan bila sepasang dadu dilemparkan

Jawab:

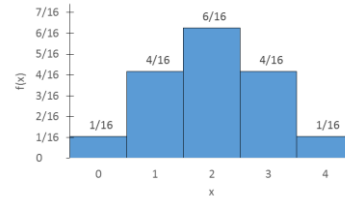
- Dua dadu dapat mendarat dalam $(6)(6)=36$ cara. Jumlah bilangan yang akan keluar (X) dan frekuensinya serta kalkulasi peluangnya adalah:

X	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Frekuensi	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1
$P(X=x)$	1/36	2/36	3/36	4/36	5/36	6/36	5/36	4/36	3/36	2/36	1/36

PROF.DR.KRISHNA P. CANDRA, JUR.TEKNOLOGI HASIL PERTANIAN FAPERTA UNMUL

8

5.3. SEBARAN PELUANG DISKRET (LANJUTAN)



Teladan 4.

- Tentukan rumus bagi sebaran peluang banyaknya sisi gambar bila sebuah uang logam dilempar 4 kali

Jawab:

- Ruang contoh mengandung $2^4 = 16$ titik contoh, maka penyebut bagi peluangnya adalah 16.
- Frekuensi sisi gambar yang mungkin muncul adalah 0, 1, 2, 3, dan 4.
- Cara untuk mendapatkan x sisi gambar adalah $\binom{4}{x}$, misalnya munculnya 3x sisi gambar maka $\binom{4}{3} = \frac{4!}{(3!(4-3)!)} = \frac{24}{6} = 4$
- Jadi fungsi peluangnya $f(x)=P(X=x)$ adalah $f(x) = \frac{\binom{4}{x}}{16}$, untuk $x = 0, 1, 2, 3, 4$

Frekuensi	0	1	2	3	4
Cara	1	4	6	4	1
P(X=x)	1/16	4/16	6/16	4/16	1/16

PROF.DR.KRISHNA P. CANDRA, JUR.TEKNOLOGI HASIL PERTANIAN FAPERTA UNMUL

9

5.3. SEBARAN PELUANG KONTINU

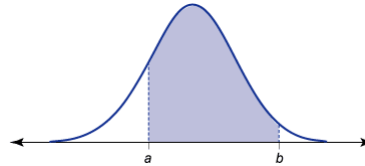
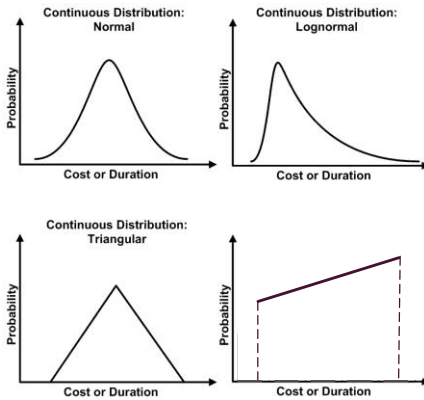
- Peubah acak kontinu mempunyai peluang 0 untuk mengambil **tepat** salah satu nilainya, sehingga tidak dapat disajikan dalam bentuk tabel.
- Contohnya adalah tinggi atau berat badan mahasiswa kelas statistika PS THP TA 2014/2015.
- Peluang untuk memperoleh mahasiswa yang tingginya 164 cm adalah sangat kecil, sehingga diberikan nilai peluang sama dengan 0.
- Berbeda bila diambil mahasiswa yang mempunyai tinggi sekurang-kurangnya 163 cm tetapi tidak melebihi 165 cm (selang nilai peubah acak).
- Bila X adalah kontinu, bisa dituliskan $P(a < X \leq b) = P(a < X < b) + P(X = b) = P(a < X < b)$
- Sebaran peluang bagi peubah acak kontinu dapat dinyatakan sebagai fungsi, yang biasanya disebut **fungsi kepekatan peluang (fungsi kepekatan)**

PROF.DR.KRISHNA P. CANDRA, JUR.TEKNOLOGI HASIL PERTANIAN FAPERTA UNMUL

10

5.3. SEBARAN PELUANG KONTINU

- Beberapa bentuk fungsi kepekatan



- Sebuah fungsi f disebut **fungsi kepekatan peluang** bagi peubah acak kontinu X bila luas daerah dibawah kurva dan diatas sumbu x sama dengan 1.
- Bila luas daerah dibawah kurva antara $x = a$ dan $x = b$ menyatakan peluang X yang terletak antara a dan b .

PROF.DR.KRISHNA P. CANDRA, JUR.TEKNOLOGI HASIL PERTANIAN FAPERTA UNMUL

11

5.3. SEBARAN KONTINU (LANJUTAN)

Teladan 5.

Sebuah peubah acak kontinu X yang mengambil nilai antara $x = 2$ dan $x = 4$ mempunyai fungsi kepekatan peluang

$$f(x) = \frac{x+1}{8}$$

- Perlihatkan bahwa $P(2 < X < 4) = 1$
- Hitunglah $P(X < 3,5)$
- Hitunglah $P(2,4 < X < 3,5)$

PROF.DR.KRISHNA P. CANDRA, JUR.TEKNOLOGI HASIL PERTANIAN FAPERTA UNMUL

12

5.4. SEBARAN PELUANG BERSAMA

- Contoh-contoh sebelumnya menggambarkan peluang berdimensi satu.
- Banyak keadaan lain yang melibatkan sekaligus nilai-nilai beberapa peubah acak, misalnya mengukur banyaknya larutan P dan volume V gas dari percobaan kimia terkontrol.
- Contoh diatas, melibatkan dua ruang contoh (berdimensi dua), terdiri atas pengamatan (p, v) .
- Bila X dan Y adalah **peubah acak diskret, sebaran peluang bersama**-nya dinyatakan sebagai $f(x,y)$ bagi sembarang pasangan (x,y) yang dapat diambil dari peubah acak X an Y . Fungs $f(x,y)$ dinamakan sebaran peluang bersama bagi X dan Y , digambarkan sebagai $f(x,y) = P(X = x, Y = y)$.
- Bila X dan Y keduanya merupakan **peubah acak kontinu, fungsi kepekatan bersama**-nya $f(x,y)$ merupakan sebuah permukaan yang terletak pada bidang- x,y , dan $P[(X,Y) \in A]$ sama dengan volume silinder tegak yang disebelah bawah dibatasi oleh A dan disebelah atas oleh bidang $f(x,y)$, bila A adalah sembarang daerah di bidang- xy .

5.4. SEBARAN PELUANG BERSAMA (LANJUTAN)

- Pada contoh-contoh selanjutnya sebagian besar fungsi peluang bersama yang dipelajari adalah berasal dari peubah acak diskret.
- **Sebaran Peluang Bersama**, merupakan suatu tabel atau rumus yang mendaftarkan semua kemungkinan nilai x dan y bagi peubah acak diskret X dan Y , berikut peluang padanannya $f(x,y)$.

Teladan 6.

Dua isi bolpen dipilih secara acak dari sebuah kotak yang berisi 3 isi bolpen biru, 2 merah, 3 hijau. Bila X adalah banyaknya isi bolpen biru dan Y banyaknya isi bolpen merah yang terpilih, tentukan (a) fungsi peluang bersama $f(x,y)$ dan (b) $P[(X,Y) \in A]$, sedangkan $A = \{(x,y) | x + y \leq 1\}$.

Jawab

- a) Semua kemungkinan pasangan nilai (x,y) adalah $(0,0)$, $(0,1)$, $(1,0)$, $(1,1)$, $(0,2)$, dan $(2,0)$. Banyaknya cara untuk mengambil 2 dari 8 isi bolpen adalah $\binom{8}{2} = 28$. Banyaknya cara mengambil 1 dari 2 isi bolpen merah dan 1 dari 3 bolpen hijau adalah $\binom{2}{1} \binom{3}{1} = 6$, sehingga $f(0,1) = 6/28$

5.4. SEBARAN PELUANG BERSAMA (LANJUTAN)

Teladan 6.

Jawab

- a) Semua kemungkinan pasangan nilai (x,y) adalah $(0,0)$, $(0,1)$, $(1,0)$, $(1,1)$, $(0,2)$, dan $(2,0)$. Untuk $f(0,1)$, banyaknya cara untuk mengambil 2 dari 8 isi bolpen adalah $\binom{8}{2} = 28$. Banyaknya cara mengambil 1 dari 2 isi bolpen merah dan 1 dari 3 bolpen hijau adalah $\binom{2}{1} \binom{3}{1} = 6$, sehingga $f(0,1) = 6/28$. Perhitungan lainnya menghasilkan peluang bagi kemungkinan lainnya, seperti tabel berikut dan dapat dinyatakan oleh rumus $f(x,y) = \frac{\binom{3}{x} \binom{2}{y} \binom{3}{2-x-y}}{\binom{8}{2}}$, untuk $X = 0, 1, 2, 3, 4; Y = 0, 1, 2; 0 \leq X + Y \leq 2$

b) $P[X,Y \in A] = P(X+Y \leq 1)$
 $= f(0,0) + f(0,1) + f(1,0)$
 $= 3/28 + 3/14 + 9/28$
 $= 9/14$

Sebaran marjinal untuk $X, g(x)$

Sebaran marjinal untuk $Y, h(y)$

$f(x,y)$		x			Total baris
		0	1	2	
y	0	3/28	9/28	3/28	15/28
	1	6/28	6/28		12/28
	2	1/28			1/28
Total kolom		10/28	15/28	3/28	1

PROF.DR.KRISHNA P. CANDRA, JUR.TEKNOLOGI HASIL PERT.

5.4. SEBARAN PELUANG BERSAMA (LANJUTAN)

Sebaran Bersyarat

Pada sebaran peluang bersama, peubah acak yang satu berkaitan dengan peubah acak yang lain. Misalkan kejadian $X=x$ dan $Y=y$, maka sebaran bersyarat bagi peubah acak diskret Y , untuk $X = x$ keduanya dapat dihubungkan melalui persamaan berikut

$$P(Y = y|X = x) = \frac{P(X = x, Y = y)}{P(X = x)} = f(y|x) = \frac{f(x,y)}{g(x)}, \quad g(x) > 0$$

Begitu pula sebaliknya, sebaran bersyarat bagi peubah acak diskret X , untuk $Y = y$, diberikan oleh rumus

$$P(X = x|Y = y) = \frac{P(Y = y, X = x)}{P(Y = y)} = f(x|y) = \frac{f(y,x)}{h(y)}, \quad h(y) > 0$$

$f(x,y)$		x			Total baris
		0	1	2	
y	0	3/28	9/28	3/28	15/28
	1	6/28	6/28		12/28
	2	1/28			1/28
Total kolom		10/28	15/28	3/28	1

PROF.DR.KRISHNA P. CANDRA, JUR.TEKNOLOGI HASIL PERT.

16

5.4. SEBARAN PELUANG BERSAMA (LANJUTAN)

Sebaran Bersyarat

$f(x,y)$		x			Total baris
		0	1	2	
y	0	3/28	9/28	3/28	15/28
	1	6/28	6/28		12/28
	2	1/28			1/28
Total kolom		10/28	15/28	3/28	1

Teladan 7.

Dengan merujuk pada Teladan 6, tentukan $f(x|1)$ untuk semua nilai x dan tentukan pula $P(X=0|Y=1)$.

Jawab

$$h(1) = f(0,1) + f(1,1) + f(2,1) = 6/28 + 6/28 + 0 = 12/28 = 3/7$$

$$f(x|1) = \frac{f(x,1)}{h(1)} = \frac{f(x,1)}{3/7}, \quad x = 0, 1, 2, \text{ maka diperoleh}$$

$$f(0|1) = (6/28)(3/7) = 1/2$$

$$f(1|1) = (6/28)(3/7) = 1/2$$

$$f(2|1) = (0)(3/7) = 0$$

Sebarannya ditabelkan sebagai berikut:

x	0	1	2
$f(x 1)$	1/2	1/2	0

Jadi $P(X=0|Y=1) = f(0|1) = 1/2$

PROF.DR.KRISHNA P. CANDRA, JUR. TEKNOLOGI HASIL PERTANIAN FAPERTA UNMUL

17

5.4. SEBARAN PELUANG BERSAMA (LANJUTAN)

Dua Peubah Acak yang bebas

$f(x,y)$		x			Total baris
		0	1	2	
y	0	3/28	9/28	3/28	15/28
	1	6/28	6/28		12/28
	2	1/28			1/28
Total kolom		10/28	15/28	3/28	1

Peubah acak X dan Y dikatakan bebas jika dan hanya jika $f(x,y) = g(x)h(y)$ untuk semua nilai-nilai X dan Y

Teladan 8.

Tunjukkan bahwa kedua peubah acak dalam Teladan 6 tidak bersifat bebas.

Jawab

Dari sebaran peluang bersama pada tabel diatas, nilai peluang

$$f(0,1) = 6/28 = 2/14$$

$$g(0) = 3/28 + 6/28 + 1/28 = 10/28 = 5/14$$

$$h(1) = 6/28 + 6/28 + 0 = 12/28 = 3/7$$

Jelas bahwa

x	0	1	2
$f(x 1)$	1/2	1/2	0

$f(0,1) \neq g(0)h(1)$, sehingga X dan Y tidak bebas

PROF.DR.KRISHNA P. CANDRA, JUR. TEKNOLOGI HASIL PERTANIAN FAPERTA UNMUL

18

5.5. NILAI TENGAH PEUBAH ACAK

- Bila dua uang logam dilempar 16 kali dan X menyatakan banyaknya munculnya sisi gambar untuk setiap lemparan, maka X mempunyai nilai 0, 1, atau 2.
- Dari percobaan diketahui bahwa 4 kali lemparan sisi gambar tidak pernah muncul, 7 kali lemparan sisi gambar muncul sekali, dan 5 kali lemparan sisi gambar muncul dua kali.
- Maka rata-rata banyaknya sisi gambar muncul per lemparan 2 uang logam tersebut adalah $\bar{x} = \frac{(0)(4)+(1)(7)+(2)(5)}{16} = 1.06$, atau dapat ditulis sebagai

$$\bar{x} = (0)\left(\frac{4}{16}\right) + (1)\left(\frac{7}{16}\right) + (2)\left(\frac{5}{16}\right) = 1.06$$
- Bila percobaan tersebut dilakukan banyak sekali (jangka panjang), maka akan diperoleh nilai tengah populasi yang dikenal sebagai **nilaitengah peubah acak** X atau **nilaitengah sebarannya** dilambangkan oleh μ_x atau μ saja.
- Secara umum nilaitengah tersebut dinamakan **harapan matematik** atau **nilai harapan** bagi peubah acak X dan melambangkannya dengan $E(X)$.

PROF.DR.KRISHNA P. CANDRA, JUR. TEKNOLOGI HASIL PERTANIAN FAPERTA UNMUL

19

5.5. NILAI TENGAH PEUBAH ACAK (LANJUTAN)

- Bila kedua uang logam yang digunakan pada percobaan pelemparan uang tersebut setimbang, maka ruang contoh bagi percobaan ini adalah $S = \{GG, AG, GA, AA\}$ dengan keempat titik contoh berkemungkinan sama untuk terjadi, maka

$$P(X=0) = P(AA) = \frac{1}{4}$$

$$P(X=1) = P(AG) + P(GA) = \frac{1}{2}$$

$$P(X=2) = P(GG) = \frac{1}{4}$$
- Sehingga nilai harapannya adalah, $\mu = E(X) = (0)(1/4) + (1)(1/2) + (2)(1/4) = 1$, maka
- Bila X adalah peubah acak diskret dengan sebaran peluang

x	x_1	x_2	x_n
$P(X = x)$	$f(x_1)$	$f(x_2)$	$f(x_n)$

maka **nilaitengah** atau **nilai harapan** bagi peubah acak $g(X)$ adalah

$$\mu_{g(X)} = E[g(X)] = \sum_{i=1}^n g(x_i) f(x_i)$$

PROF.DR.KRISHNA P. CANDRA, JUR. TEKNOLOGI HASIL PERTANIAN FAPERTA UNMUL

20

5.5. NILAI TENGAH PEUBAH ACAK (LANJUTAN)

Teladan 12.

- Misalkan banyaknya mobil, X , yang dicuci pencucian mobil "Ana" antara pukul 16.00 dan 17.00 pada setiap hari Jumat yang cerah mempunyai sebaran

x	4	5	6	7	8	9
$P(X = x)$	1/12	1/12	1/4	1/4	1/6	1/6

Bila $g(X) = (2X - 1)$ menyatakan uang yang dbayarkan dalam puluhan ribu rupiah, oleh manajer kepada petugas pencuci. Tentukan penerimaan harapan petugas pencuci mobil pada periode waktu tersebut.

- Jawab:
- $$E[g(x)] = E(2x - 1) = \sum_{x=4}^9 (2x - 1)$$

$$= (7) \left(\frac{1}{12}\right) + (9) \left(\frac{1}{12}\right) + (11) \left(\frac{1}{4}\right) + (13) \left(\frac{1}{4}\right) + (15) \left(\frac{1}{6}\right) + (17) \left(\frac{1}{6}\right) = 12,67$$

Petugas pencucian dapat mengharapkan untuk menerima Rp 126.700

5.5. NILAI TENGAH PEUBAH ACAK (LANJUTAN)

- Bila X dan Y keduanya merupakan peubah acak diskret dengan peluang bersama $f(x, y)$, untuk $x = x_1, x_2, \dots, x_n$ dan $y = y_1, y_2, \dots, y_n$. Maka nilai tengah atau nilai harapan bagi peubah acak $g(X, Y)$ adalah

$$\mu_{g(X,Y)} = E[g(X, Y)] = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n g(x_i, y_j) f(x_i, y_j)$$

- Bila $g(X, Y) = X$ dalam definisi diatas, maka

$$\mu_x = E(X) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i f(x_i, y_j) = \sum_{i=1}^m x_i g(x_i)$$

Dengan $g(x_i)$ merupakan nilai sebaran X marjinal, dan bila $g(X, Y) = Y$, maka

$$\mu_y = E(Y) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n y_j f(x_i, y_j) = \sum_{j=1}^n y_j h(y_j)$$

Dengan $h(y_j)$ merupakan nilai sebaran Y marjinal

5.5. NILAI TENGAH PEUBAH ACAK (LANJUTAN)

$f(x,y)$		x			Total baris
		0	1	2	
y	0	3/28	9/28	3/28	15/28
	1	6/28	6/28		12/28
	2	1/28			1/28
Total kolom		10/28	15/28	3/28	1

Teladan 15.

- Mengacu pada sebaran peluang pada Teladan 6. tentukan μ_X dan μ_Y
- Jawab:
 - $\mu_x = E(X) = \sum_{x=0}^2 \sum_{y=0}^2 xf(x,y) = \sum_{x=0}^2 xg(x) = (0)\left(\frac{10}{28}\right) + (1)\left(\frac{15}{28}\right) + (2)\left(\frac{3}{28}\right) = \frac{3}{4}$
 - Dan
 - $\mu_y = E(Y) = \sum_{x=0}^2 \sum_{y=0}^2 yf(x,y) = \sum_{x=0}^2 yh(y) = (0)\left(\frac{15}{28}\right) + (1)\left(\frac{3}{7}\right) + (2)\left(\frac{1}{28}\right) = \frac{1}{2}$

PROF.DR.KRISHNA P. CANDRA, JUR. TEKNOLOGI HASIL PERTANIAN FAPERTA UNMUL

23

5.6. RAGAM SUATU PEUBAH ACAK

- Populasi yang pengamatannya terdiri atas nilai-nilai peubah acak X yang dilakukan tak hingga kali akan memiliki nilai tengah (μ) dan ragam (σ_x^2 atau ringkasnya σ^2).
- Ragam populasi ini disebut dengan **ragam peubah acak X** atau **ragam sebarannya**.
- Dari contoh sebelumnya, dari populasi yang terdiri dari 6 pengamatan 2, 5, 5, 8, 8, dan 8, maka diperoleh $\mu = 6$ dan ragamnya

$$\sigma^2 = \frac{(2-6)^2 + (5-6)^2 + (5-6)^2 + (8-6)^2 + (8-6)^2 + (8-6)^2}{6} = 5$$
 dan dapat dituliskan sebagai

$$\sigma^2 = \frac{(2-6)^2(1) + (5-6)^2(2) + (8-6)^2(3)}{6}$$

$$= (2-6)^2\left(\frac{1}{6}\right) + (5-6)^2\left(\frac{1}{3}\right) + (8-6)^2\left(\frac{1}{2}\right) = 5$$
- Bilangan-bilangan $1/6$, $1/3$, dan $1/2$ adalah frekuensi relatif bagi nilai-nilai 2, 5, dan 8 dalam populasi, dengan kata lain
 Bila X adalah peubah acak dengan sebaran peluang maka, $\sigma^2 = E[(X - \mu)^2] = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 f(x_i)$

x	x_1	x_2	x_n
$f(x)$	$f(x_1)$	$f(x_2)$	$f(x_n)$

PROF.DR.KRISHNA P. CANDRA, JUR. TEKNOLOGI HASIL PERTANIAN FAPERTA UNMUL

24

5.6. RAGAM SUATU PEUBAH ACAK (LANJUTAN)

- Ragam peubah acak X dapat dihitung dengan rumus $\sigma^2 = E(X^2) - \mu^2$

Teladan 19.

Peubah acak X , yang menyatakan banyaknya peluru roket yang gagal bila 3 peluru ditembakkan, tentukan ragam dari peubah acak tersebut yang mempunyai sebaran peluang sebagai berikut:

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	0,51	0,38	0,01	0,01

Jawab:

$$\mu = (0)(0,51) + (1)(0,38) + (2)(0,10) + (3)(0,01) = 0,61$$

$$E(X^2) = (0)(0,51) + (1)(0,38) + (4)(0,10) + (9)(0,01) = 0,87$$

$$\text{Jadi } \sigma^2 = 0,87 - (0,61)^2 = 0,4979$$

5.7. SIFAT-SIFAT NILAI TENGAH DAN RAGAM

Nilaitengah

- Bila a dan b konstanta, maka $\mu_{aX+b} = a\mu_x + b = a\mu + b$
- Untuk $\mu_{aX+b} = a\mu + b$, maka bila $a = 0$, maka $\mu_b = b$
bila $b = 0$, maka $\mu_{aX} = a\mu$
- Nilaitengah jumlah atau selisih dua atau lebih peubah acak sama dengan jumlah atau selisih nilaitengah masing-masing peubah. Jadi
 $\mu_{X+Y} = \mu_X + \mu_Y$ dan $\mu_{X-Y} = \mu_X - \mu_Y$
- Nilaitengah hasilkali dua atau lebih peubah acak yang bebas satu sama lain dengan hasilkali nilai tengah masing-masing peubah acak. Jadi, bila X dan Y bebas, maka
 $\mu_{XY} = \mu_X\mu_Y$

5.7. SIFAT-SIFAT NILAI TENGAH DAN RAGAM

Ragam

- Bila X peubah acak dan b konstanta, maka $\sigma_{X+b}^2 = \sigma_x^2 = \sigma^2$
- Bila X peubah acak dan a konstanta, maka $\sigma_{aX}^2 = a^2\sigma_x^2 = a^2\sigma^2$
- Ragam jumlah atau selisih dua atau lebih peubah acak yang bebas sama dengan jumlah ragam masing-masing peubah acak. Jadi bila X dan Y bebas, maka $\sigma_{X+b}^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2$ dan $\sigma_{X-b}^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2$